

Graphes

1.1 Morphologie d'un Graphe

Un graphe permet de représenter un réseau.

Le schéma suivant est un graphe.

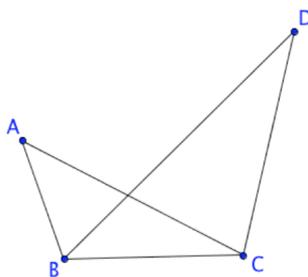


FIGURE 1 – graphe G1

- Le graphe G1 possède 4 sommets ; on dit qu'il est d'ordre 4.
- Les sommets A et C sont adjacents car ils sont reliés par une arête.
- Le sommet C est de degré 3 car 3 arêtes partent de C.
- Il possède au moins 2 cycles, A-B-C-A et C-B-D-C.
- Il a une taille de 5 (le nombre de ses arêtes).

Definitions :

- Un graphe est un ensemble de points, appelés sommets, reliés par des lignes, appelées arêtes.
- L'**ordre** du graphe est le nombre de sommets.
- Le **degré** d'un sommet est le nombre d'arêtes partant de ce sommet.
- La **taille** c'est le nombre de ses arêtes
- Deux sommets reliés par une arête sont **adjacents**.
- Un graphe est dit **complet** si deux sommets quelconques sont adjacents.
- Un graphe est dit **connexe** si deux sommets sont reliés par un chemin dans le graphe.

1.1.1 Exemple 1 : le plan du reseau de *tramway* de la ville de Nice



FIGURE 2 – extrait du reseau lignes 2 et 3

Questions : S'agit-il d'un graphe? Est-il *connexe*? Comporte t-il un *cycle*? Est-il *complet*?

1.1.2 Exemple 2 : le reseau d'ordinateur

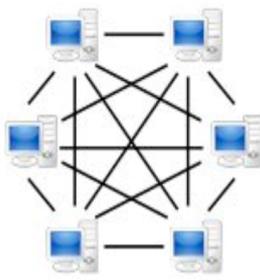


FIGURE 3 – reseau

Questions : S'agit-il d'un graphe? Est-il *connexe*? Comporte t-il un *cycle*? Est-il *complet*?

1.1.3 Exemple 3 : Réseau social

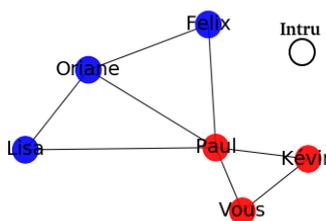


FIGURE 4 – graphe d'un mini reseau social

Questions : S'agit-il d'un graphe? Est-il *connexe*? Comporte t-il un *cycle*? Est-il *complet*?

1.2 Graphe orienté/non orienté

Pour représenter un reseau social, on utilise un graphe :

- **non orienté** si la relation d'amitié est symétrique. (Sommets reliés par des segments).
- **orienté** si la relation n'est pas à double sens. On relie les sommets A et B par un arc (flèche) de A vers B si A *suit* B.

Question : Représenter le graphe orienté d'un reseau social dans lequel A suit B et C, B suit A, C suit B.

Partie 2

Mesures sur un graphe

Définitions :

- Dans un graphe non orienté, une **chaîne** est une succession d'arêtes mises bout à bout.

- La **longueur** de la chaîne est le nombre d'arêtes qui la compose.
- On dit qu'une chaîne est **fermée** si ses extrémités coïncident.
- Un **cycle** est une **chaîne fermée** dont les arêtes sont toutes distinctes.

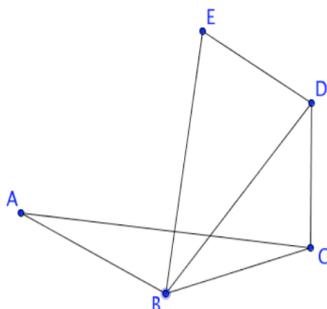


FIGURE 5 – graphe G2

- A-B-C-D-E est une chaîne de longueur 4.
- A-B-E-D-B-A est une chaîne fermée de longueur 5.
- B-C-D-E-B est un cycle de longueur 4.

Questions :

- Déterminer une autre chaîne fermée dans le graphe G2, qui n'est pas un cycle.
- Déterminer un autre cycle dans le graphe G2. Donner sa longueur.

Definition : La **densité D** d'un graphe est une indication générale de sa connectivité et indique s'il y a beaucoup ou peu d'arêtes. C'est le rapport entre le nombre d'arêtes existantes et leur nombre possible :

$$D = \frac{A}{N \times (N-1)}$$

Le graphe est *creux* si sa densité est proche de zéro, et *dense* si elle se rapproche de 1.

Definition : Le **Diamètre** d'un graphe : c'est la plus longue distance entre sommets du graphe.

Question : Calculer la densité, puis le diamètre de G2.

Partie 3

Exercices

3.1 Analyse des exemples proposés

Pour les exemples 1, 2, et 3 précédents :

- Déterminer l'ordre du graphe
- la taille
- la densité
- le diamètre