

Exercices

1.1 Exercice 0 :

1.1.1 suites arithmétiques

Une suite arithmétique (u_n) de raison r peut être définie par la formule de récurrence :

$$u_{n+1} = u_n + r$$

Le tableau suivant montre 2 listes calculées à partir de suites arithmétiques.

| | A | B | C | D |
|----|---|-----|---|---|
| 1 | 0 | 2 | | |
| 2 | 1 | 6 | | |
| 3 | 2 | 10 | | |
| 4 | 3 | 14 | | |
| 5 | 4 | 18 | | |
| 6 | 5 | 22 | | |
| 7 | 6 | 26 | | |
| 8 | 7 | 30 | | |
| 9 | 8 | 34 | | |
| 10 | 9 | 38 | | |
| 11 | | 200 | | |
| 12 | | | | |

FIGURE 1 – tableau Excel

1. Proposer une formule générale pour le calcul de la somme des termes d’une suite arithmétique.
2. Calculer la somme des termes de la colonne de gauche
3. Calculer la somme des termes de la colonne de droite
4. Soit $u(n)$ la fonction python qui calcule et retourne la valeur de u au rang n . Ecrire une fonction `somme_arithmetique` en python qui calcule la somme des n premiers termes de la suite $u(n)$ et retourne la valeur calculée. Cette fonction utilisera une boucle bornée, et non la formule proposée au 1.

1.1.2 Fonction logarithmique

Le logarithme en base a d’un nombre x strictement positif peut être calculé à partir de :

$$\log_a(x) = \frac{\log(x)}{\log(a)}$$

En informatique, on utilise préférentiellement la fonction logarithmique en base 2.

- 1 Calculer les logarithmes en base 2 de 8, 16, 32, 64. Que remarquez-vous?
2. Combien de fois successives faut-il diviser 8 par 2 pour arriver à 1?
3. Même question pour 16 puis 32. Conclure : Exprimer d’une autre manière ce que signifie le logarithme en base 2 d’un nombre.

1.2 Exercice 1

```

1 def multiplie1(b,n):
2     L=[]
3     for i in range(n):
4         L.append(b*i)
5     return L

```

Le programme exécute n fois la ligne 4. Le nombre d'opérations significatives effectuées est $T(n) = 2 \times n$:
On aura pour `multiplie1` une classe de complexité algorithmique

$$O(n)$$

.

Si on ajoute des lignes dans la boucle `for`, pour faire par exemple :

```

1 def multiplie2(b,n):
2     L=[]
3     for i in range(n):
4         y = b * i
5         L.append(y)
6     return L

```

Le nombre d'opérations significatives effectuées par `multiplie2` est $T(n) = 3 \times n$.

C'est deux fois plus que `multiplie1`. Or cette différence ne vient que d'une différence des **details d'implémentation** du même algorithme, et ne doit pas être considérée pour le calcul de la complexité.

On aura aussi pour `multiplie2` une classe de complexité algorithmique

$$O(n)$$

.

Enfin, ce même algorithme peut être implémenté avec une boucle non bornée :

```

1 def multiplie3(b,n):
2     L=[]
3     i = n - 1
4     while i >=0 :
5         y = b * i
6         L.append(y)
7         i -= 1
8     return L

```

1. Pour les fonctions `multiplie1` et `multiplie2` : Énoncer un ensemble de règles pour déterminer $T(n)$.
2. Pour les fonctions `multiplie1` et `multiplie2` : Énoncer une règle pour évaluer la complexité algorithmique $O(g(n))$ à partir de $T(n)$.
3. Déterminer $T(n)$ pour `multiplie3`. Vérifier que l'on obtient aussi une classe de complexité $O(n)$ pour `multiplie3`.

1.3 Exercice 2

```

1 def truc(n):
2     res=0
3     for i in range(0,n):
4         res = res + 1
5     return res
6
7 def chose(n):
8     res=0
9     for i in range(n):
10        res = res + truc(i)
11    return res
    
```

1. Déterminer $T(n)$ et $O(g(n))$ pour la fonction `truc`
2. Idem pour la fonction `chose`

1.4 Exercice 3

On donne l'une des fonctions de l'interface de programmation du serpent dans le jeu *Snake* :

```

1 def supprime_queue(S):
2     # decale toutes les valeurs de la liste S vers la gauche:
3     # copie toutes les valeurs S[i+1] dans S[i]
4     # puis supprime le dernier element
5     for i in range(len(S)-1):
6         S[i] = S[i+1]
7     S.pop()
    
```

1. Déterminer la fonction $T(n)$ qui exprime le nombre d'opérations effectuées par la fonction pour une liste de taille n
2. Déterminer la classe de complexité algorithmique $O(g(n))$ de cette fonction.

1.5 Exercice 4 : Recherche dans un jeu de cartes

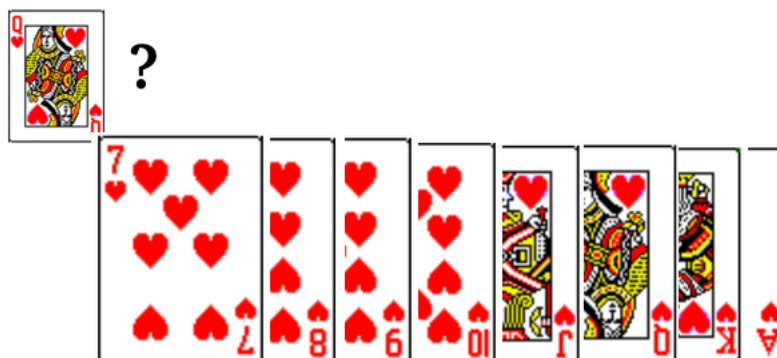


FIGURE 2 – cartes triées

1. Ecrire une liste L représentant le jeu de cartes de l'image. La carte qui a pour valeur 7 sera représentée par l'entier 1, puis celle de valeur 8 aura la valeur 2, etc ... jusqu'à l'As qui vaut 8.

- Expliquer avec une méthode de votre choix comment l'algorithme de recherche réduit cette liste jusqu'à trouver la carte de la Dame de Coeur. Comparer ainsi l'efficacité des 2 algorithmes, celui de recherche séquentielle et celui de recherche dichotomique.

1.6 Exercice 5 : Tri par selection

1.6.1 Principe :

On recherche le plus petit élément et on le met à sa place (en l'échangeant avec le premier). On recherche le second plus petit et on le met à sa place, etc.

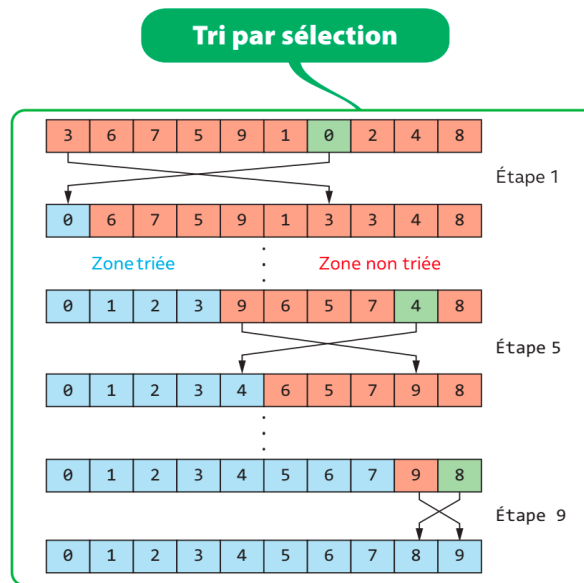


FIGURE 3 – illustration du tri par selection

```

1 def tri_selection(L):
2     n = len(L)
3     for i in range(0, n - 1):
4         #recherche le plus petit élément de i à la fin
5         mini = i
6         for j in range(i + 1, n):
7             if L[j] < L[mini]:
8                 mini = j
9         #échanger les cases i et mini
10        tmp = L[i]
11        L[i] = L[mini]
12        L[mini] = tmp
    
```

- Dans un tableau : Représenter la liste L entre les étapes 1 et 5. Indiquer à chaque fois le nombre d'opérations effectuées.
- Supposons maintenant que les éléments de la liste L à trier sont rangés en sens inverse. Cela va-t-il augmenter ou diminuer le nombre d'opérations effectuées pour trier cette liste ?
- Calculer la complexité dans le pire des cas $O(g(n))$ de cet algorithme.

1.6.2 Travaux pratiques : implémentation en Python

1. Recopier le script de la fonction `tri_selection` dans une cellule du notebook (celui sur la recherche séquentielle et dichotomique dans un dictionnaire).
2. Tester la fonction avec une petite liste `L` dans laquelle vous mettrez quelques entiers dans un ordre quelconque. Observer la liste après exécution de `tri_selection(L)`. On dit que la liste est triée *en place*. Qu'est ce que cela signifie ? Tester à nouveau avec une liste contenant des caractères. Cette liste est-elle bien ordonnée après `tri_selection(L)` ?
3. Charger le dictionnaire `ods.txt`, qui comprend des mots non accentués.
4. réduire la liste `mots` à 200 mots. Stocker dans une liste `mots_reduite`
5. Chronométrer le temps mis pour trier cette liste.
6. Tester si la liste a (ou n'a pas) été modifiée : `mots_reduite == mots[:200]`. Conclure.
7. Inverser les mots de la liste : `mots_reduite.reverse()`. La méthode de liste `reverse` va inverser la liste en place.
8. Refaire le point 5. (trier et chronométrer). Le temps est-il identique ou supérieur à celui mesuré précédemment ? Expliquez.